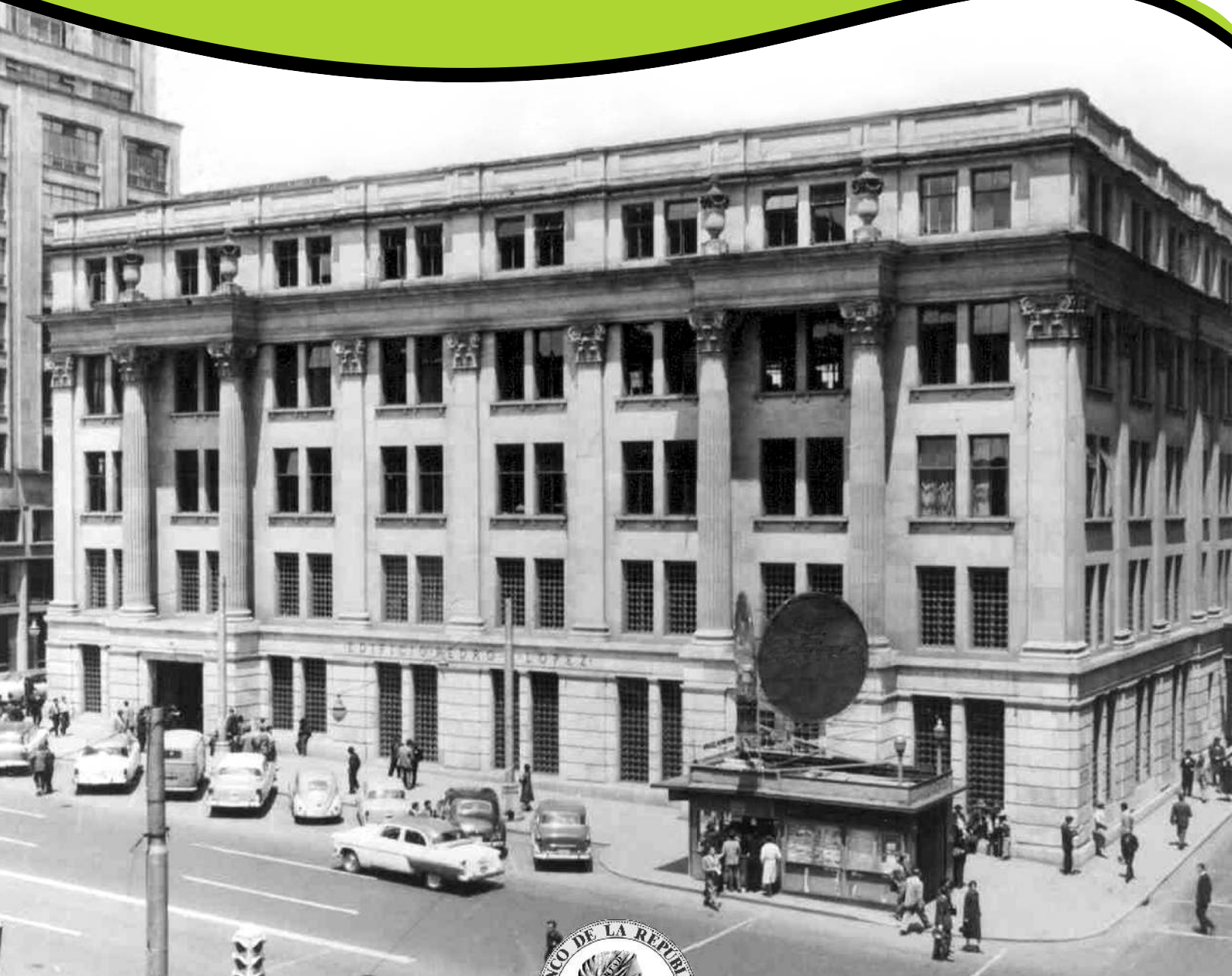


Domiciliarios en Colombia y Subsidios:
Implicaciones sobre el Bienestar ☐ ☐

Por : Carlos Medina
Leonardo Fabio Morales

Borradores de ECONOMÍA

No. 467
2007



tá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá -



Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Col

Demanda por Servicios Públicos Domiciliarios en Colombia y Subsidios: Implicaciones sobre el Bienestar^{*}

Carlos Medina[♦]
Leonardo Fabio Morales[†]

Resumen

En el presente trabajo se estiman funciones de demanda por los servicios públicos domiciliarios de agua y electricidad para una muestra de las ciudades más importantes en el país. Teniendo como fuente de información la Encuesta de Calidad de Vida 2003 se utiliza una metodología no lineal que aprovecha las particularidades de la función de oferta de estos bienes (bloque de precios crecientes, IBP), para identificar la demanda. Con la estimación de la función de demanda se obtienen elasticidades ingreso y precio, y se estima el efecto que tiene un incremento en el precio del consumo básico sobre el bienestar de las familias beneficiarias a través de la variación compensada y la pérdida irrecuperable, la cual se cuantifica en aproximadamente US\$35 millones por año, por concepto de los subsidios brutos en acueducto, alcantarillado y electricidad.

Abstract

We estimate demand functions of electricity and water for the main cities in Colombia, using as source of information the LSMS survey of 2003, and using a nonlinear methodology that take advantage of some particularities of the supply function that allow us identifying the demand in the presence of increasing block pricing, IBP. With the estimated demand functions, we get price and income elasticities, and we estimate the effect of rising subsidized prices to basic consumption of beneficiary families, on their welfare, by estimating their compensated variation and deadweight losses, which we estimate to be roughly US\$35 million per year on gross subsidies to water, sewerage and electricity.

Keywords: focalización de subsidios, Incidencia, bienestar, funciones de demanda de servicios públicos domiciliarios

JEL Codes: D6, D12, H4, H22, H24, I3

^{*} Agradecemos a Sheila Olmstead por sus aportes y sugerencias en la construcción del modelo empírico, a Silvio López por asistencia, y a participantes en seminarios del Banco de la República en Bogotá y Medellín por comentarios. También agradecemos a Julio Miguel Silva y Javier Roza por el suministro de información tarifaria. Las opiniones expresadas en este documento pertenecen a sus autores y no necesariamente reflejan los puntos de vista del Banco de la República o de su junta directiva.

[♦] Investigador cmedindu@banrep.gov.co, teléfono (57) (4) 576 7464, fax: (57) (4) 251 5488

[†] Investigador Júnior lmoralzu@banrep.gov.co, teléfono (57) (4) 576 7468, fax: (57) (4) 251 5488

1. Introducción

Buena parte de los países en desarrollo, y en particular, de los países Latinoamericanos, cuenta con alguna forma de subsidios a la provisión de servicios públicos domiciliarios, SSPPD, soportados por decisiones que han contado tradicionalmente con amplio apoyo popular. La determinación de la cuantía y la asignación de los subsidios han requerido de una institucionalidad que establezca las reglas de juego en esta materia y vele por su cumplimiento. En casos como el Colombiano, dichas reglas han contado desde sus comienzos con buenas intenciones de parte de sus autores, pero han sido acompañadas de grandes dificultades de tipo técnico, que en materia de la focalización de los subsidios, han ofrecido soluciones que han sido objeto de gran debate recientemente.¹

Teniendo en cuenta la dificultad que representa lograr consensos en torno a la política de asignación y focalización de subsidios a los SSPPD, es apenas de entenderse que la institucionalidad que enmarca dicha política no cuente con mecanismos que evalúen su desempeño, con el objeto de reorientarla, de tal forma que una vez los subsidios se comienzan a otorgar, sea posible flexibilizar su asignación de acuerdo a los resultados de dichas evaluaciones. En este sentido, el seguimiento y evaluación de la asignación y focalización de los subsidios a los SSPPD, queda en buena parte, en manos de la academia.

Este trabajo, utiliza la Encuesta de Calidad de Vida de 2003, y las estructuras tarifarias, para estimar la función de demanda de agua y electricidad en las principales zonas urbanas del país. Las funciones de demanda son estimadas mediante una metodología no lineal, particularmente útil en presencia de bloques crecientes de tarifas, IBP, el cual es el caso en Colombia. Las estimaciones son la herramienta principal para el cálculo de elasticidades precio e ingreso de la demanda, y de indicadores de bienestar como la variación compensada del consumidor y la pérdida irrecuperable de la eficiencia ante un cambio de precios, insumos fundamentales para evaluar el bienestar de los hogares beneficiarios de los SSPPD.

¹ Entre los estudios que han evaluado el sistema de focalización de los subsidios a los servicios públicos domiciliarios en Colombia, y han formulado propuestas para mejorarlo, se encuentran los de Fernández (2006), Medina y Morales (2007), Meléndez (2004), Montenegro y Rivas (2005), e INECON (2006). El gobierno Colombiano también ha realizado recientemente propuestas de reforma, como la contenida en DNP (2005).

Los resultados de las estimaciones arrojan elasticidades precio de la demanda de agua y electricidad consistentes con las de estudios previos. La simulación de una política que iguala en cada estrato los precios marginales del consumo básico a los costos de referencia, revela que la compensación que requerirían los hogares beneficiarios de los subsidios a los SSPPD en Colombia, para mantener la utilidad que tenían con el consumo básico a precio subsidiado, se asignaría en forma bastante homogénea en la distribución de ingresos para ambos casos: agua y electricidad. Por otro lado, la pérdida irre recuperable se concentraría en los más pobres, en particular en el caso de la electricidad.

A continuación se presenta una revisión de trabajos previos sobre el tema, y se describen en detalle la estructura de tarifas de bloques de precios crecientes, la metodología de estimación, los datos y resultados de las estimaciones de las funciones de demanda de agua y electricidad, con base en las cuales se realiza el cálculo de mediciones del bienestar económico de los hogares beneficiarios. Finalmente se presentan las conclusiones.

2. Revisión bibliográfica

Estimaciones previas de demandas de servicios públicos en Colombia

En Colombia se han realizado diversos intentos por encontrar una estimación adecuada de la función de demanda por agua o por electricidad, lo cual no es una tarea fácil, dado que la estimación tiene problemas muy particulares que complican el proceso de identificación, por el hecho de que la estructura de la oferta es de precios crecientes por bloques (IBP). Uno de los primeros intentos fue el de Madock, Castaño y Vella (1992), quienes con una muestra de hogares de la ciudad de Medellín de 1500 observaciones, derivaron elasticidades para la demanda de electricidad utilizando una metodología tipo Hausman (1979), que consiste en estimar una función demanda condicional, a través de la minimización de una función de pérdida. La elasticidad precio de la demanda obtenida para todos los estratos fue de -0,466.

Otra aproximación reconocida para el caso Colombiano es la López et al (1992), trabajo en el cual, se estima una función de demanda de acueducto para la ciudad de Medellín

para el periodo comprendido entre 1985 y 1991. En este trabajo se utiliza un modelo dinámico de ajuste parcial, para obtener elasticidades de corto plazo entre -0.16 y -0.30. Para el caso de electricidad, Vélez y otros (1991) hacen una estimación de demanda residencial para las ciudades de Bogotá y Medellín. Aquí se utilizan series de tiempo entre el periodo 1970 y 1983, de consumo anual por suscriptor medio, para estimar parámetros estructurales de la función de demanda. Las elasticidades precio de la demanda oscilan entre -0,10 y -0,12.

Estudios de otros países

A nivel internacional, pueden encontrarse una variedad de trabajos en los que se estiman individualmente ecuaciones de demanda de agua y electricidad para áreas urbanas de muchos países en el mundo. Las primeras aproximaciones de estimación se centraban en el uso del precio marginal o el precio promedio, para incluirlo como la principal variable en las ecuaciones de demanda. Con trabajos como los de Gibbs (1978) y Linaweaver (1967), quedaron resaltadas las ventajas del uso del precio marginal. Los estudios posteriores de Taylor (1975) y Nordin (1976), se centraron en definir mejores especificaciones para las ecuaciones de demanda, incluyendo el precio marginal y una variable de diferencia que tomara en cuenta la transferencia que se presentaba por la existencia de IBP (Hewitt y Haneman, 1995).

En literatura posterior, se aclararon los problemas de identificación asociados a la estimación de la demanda de estos bienes y los trabajos se basaron en la utilización de métodos econométricos para enfrentar el problema de endogeneidad por la aparente simultaneidad del precio marginal, la cantidad y las variables que tuvieran en cuenta la transferencia de ingreso entre los diferentes bloques. Por lo cual la mayoría de trabajos recurrieron a la utilización de métodos de variables instrumentales o mínimos cuadrados en dos o tres etapas (Baker et al, 1989).

Dadas las limitaciones que presentan las alternativas basadas en regresiones lineales de enfrentar los problemas del trabajo empírico, la literatura empírica más reciente sobre demandas de electricidad y agua se ha encaminado hacia las aproximaciones no lineales de estimación. La metodología de elección discreta continua es una de las alternativas no lineales que fue utilizada primeramente por Hewitt y Hanemann (1995) y a partir de

allí en otra serie de trabajos como el de Olmstead, Hanemann, y Stavins (2005), OHS, y el de Mosqueira (2003), en los cuales se ha comprobado las ventajas de la metodología frente a comparaciones lineales. En el presente trabajo se seguirá esta línea de la literatura para el caso colombiano estimando a través de la alternativa de elección continua discreta, la demanda para los servicios públicos en el País.

Revisiones detalladas de la modelación de estimaciones de demanda residencial de acueducto se pueden consultar en Arbués y otros (2003), y en Worthington y Hoffmann (2006). Es importante anotar que aunque en teoría el uso de modelos dinámicos con datos de panel permitiría obtener los resultados más precisos de las funciones de demanda residencial de servicios públicos, son muy pocos los trabajos que se utilizan esa aproximación por la falta de datos de panel. Afortunadamente, la revisión de Worthington y Hoffmann concluye que las estimaciones encontradas por los diferentes estudios citados son *generalmente* consistentes, independientemente de la fuente de datos utilizada y de su estrategia de identificación.

3. Demanda de agua y electricidad, y la teoría sobre los Bloques de precios crecientes

Actualmente es bastante común a nivel mundial encontrar que las tarifas de los servicios públicos domiciliarios sean de precios por bloques, el cual es el caso colombiano. La presencia de este tipo de estructura tiene importantes repercusiones sobre el trabajo empírico al momento de plantearse la estimación de la demanda de los servicios públicos domiciliarios, es por dichas razones que en esta sección se tratará el tema con detenimiento.

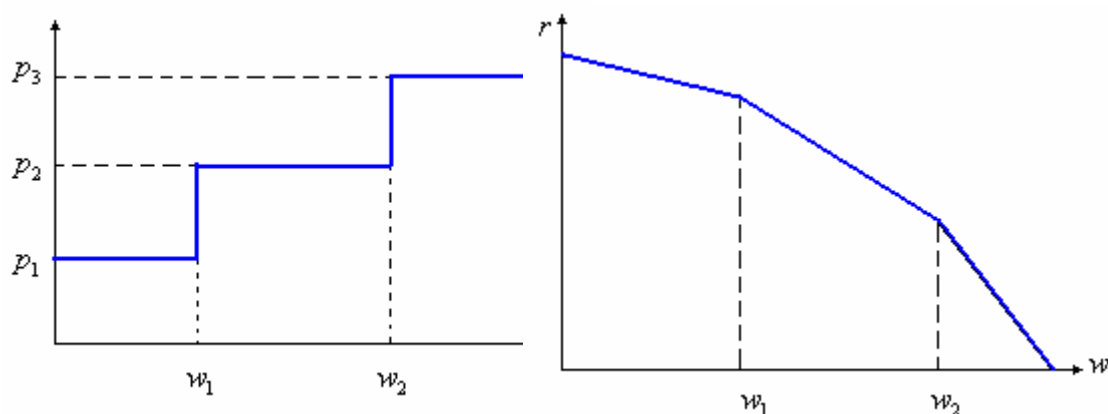
Descripción general

Los precios por bloques, son estructuras de precios que caracterizan la función de oferta de ciertos bienes, sobretodo los servicios públicos domiciliarios. Estas estructuras de precios son no lineales, toda vez que se caracterizan por fijar precios marginales diferentes según sea el rango de consumo, mayor o menor según sea el tipo de estructura (creciente por bloque, decreciente por bloque). En Colombia los servicios residenciales de agua y electricidad, poseen una estructura de precios crecientes por bloques, es decir que se le carga un precio marginal más alto a los volúmenes de

consumo mayores. Esta práctica es muy común a nivel internacional y en Colombia se ha establecido como una estrategia para focalizar subsidios, bajo el supuesto de que existe una correlación entre el nivel de consumo y el nivel de ingreso, y también para racionalizar el consumo y desincentivar el desperdicio de los recursos.

El siguiente gráfico presenta un ejemplo de precios crecientes por bloques con tres precios marginales diferentes, si el consumo está ubicado entre 0 y w_1 , el precio cargado es p_1 , si está entre w_1 y w_2 el precio será p_2 , por último para un consumo mayor a w_2 , el precio cargado será: p_3

Gráfico 1. Estructura creciente de bloques de precios, y su restricción presupuestal



Bajo una estructura de este tipo el consumidor enfrenta una restricción presupuestal con unas características que difieren de las usuales, pues será no lineal (lineal a tramos). Las alternativas que se le presentan al consumidor es consumir en un punto interior a cualquiera de los bloques o en cualquiera de los kinks (los puntos de consumo a partir de los cuales el precio marginal cambia). Así siendo el consumo del servicio público w y el consumo de los demás bienes r , la restricción presupuestaria del consumidor residencial sería la ilustrada en el gráfico 1

Como puede verse en la figura, la restricción presupuestal, considerando bienes con una estructura de precios por bloque es no lineal, y según la estructura de los bloques puede ser estrictamente no convexa, lo que tiene unas consecuencias muy particulares para el equilibrio del consumidor, las funciones de demanda, las curvas de Engel, etc.

Ingreso monetario e ingreso virtual del hogar

Una de las particularidades importantes a tener en cuenta en los sistemas de precios IBP, es la existencia de una transferencia creciente por bloques de consumo que se deriva del hecho que el precio marginal por la última unidad de consumo (metro cúbico o kilovatio/hora), no coincide necesariamente con el precio medio del total de unidades consumidas, lo que se deriva del hecho de que para consumos en los bloques asociados a los precios marginales más altos el consumidor estuvo dispuesto a pagar por cada unidad de consumo dicho precio marginal, pero para las unidades consumidas ubicadas en los primeros bloques tuvo que pagar un precio menor.

Por ejemplo para un individuo que consumió una cantidad del servicio w^* , por encima de w_2 , (gráfico 1), se deduce que estaría dispuesto a pagar el precio p_3 , por cada unidad de consumo lo que implicaría un gasto final de $w^* p_3$, pero en realidad tal individuo solo tuvo que haber pagado los precios p_1 y p_2 , por las cantidades al interior de los bloques 1 y 2 respectivamente, lo que implicaría un gasto de $w_1 p_1 + (w_2 - w_1) p_2 + (w^* - w_2) p_3$, que resulta claramente menor. La diferencia entre lo que estaría dispuesto a pagar y lo que realmente paga es una transferencia d , que sumada al ingreso Y , da como resultado lo que se conoce como el ingreso virtual $\tilde{Y} = Y + d$. De tal manera que el ingreso virtual incluye un subsidio toda vez que el consumo se sitúa por encima del primer bloque, y tal efecto deberá ser tenido en cuenta a la hora de estimar cualquier tipo de función de demanda.

Estimación de funciones de demanda sujetas a bloques de precios crecientes

Cuando la estructura de precios de un determinado bien es del tipo de bloques crecientes, se presenta un problema dual, el precio marginal aumenta en la medida que aumenta el consumo, lo que ocasiona un problema de simultaneidad dado que el precio y el bloque en el cual consumir se determinan simultáneamente. En nuestro caso, el ingreso virtual es igualmente endógeno, dado que la transferencia que se le adiciona al ingreso monetario es función del precio. En ese sentido si una aproximación tradicional de mínimos cuadrados ordinarios fuera empleada el tamaño del error, el precio marginal

y el ingreso virtual estarían sistemáticamente correlacionados lo que haría la estimación sesgada e inconsistente.

Los primeros intentos de resolver este problema provienen de la utilización de variables instrumentales, como los mínimos cuadrados en dos etapas.² No obstante la aproximación de las variables instrumentales tiene limitaciones importantes, previamente señaladas en la literatura.³ Como lo documentan Arbués y otros (2003), otro tipo de aproximaciones se han basado en la decisión de los hogares de auto seleccionarse en intervalos determinados de consumo. En general, estos procedimientos adoptan la intuición implícita en Heckman (1978), y en Burtless y Hausman (1978), y hacen parte de la misma aproximación adoptada en este documento, denominada Elección Discreta Continua.

Elección Discreta Continua

Este método fue propuesto inicialmente por Hewitt y Hanemann (1995) y posteriormente por OHS, entre otros. Consiste básicamente en la estimación de una función de máxima verosimilitud definida con base en la distribución conjunta de dos términos de error. La metodología permite hacer la estimación independientemente de si los individuos son observados consumiendo en alguno de los kink, o en alguna porción lineal de la restricción.

4. Metodología

A continuación se describe la Elección Discreta Continua, metodología con base en la cual se realizará la estimación de las funciones de demanda de agua y electricidad.

² Hausman y otros, 1979; Agthe y otros, 1986; Deller y otros, 1986, Nieswiadomy y Molina, 1988, 1989. Ver también las referencias adicionales incluidas en Arbués y otros (2003), y en Worthington y Hoffmann (2006).

³ OHS señala tres limitaciones: (i) las elasticidades obtenidas por IV requieren que se permanezca en el mismo bloque de consumo, (ii) cuando el consumo está muy cercano a un kink determinado, no es claro cual precio marginal debe asignarse, y (iii) el efecto de los cambios en la estructura de precio o en la cantidad de bloques que enfrenta cada consumidor, no puede ser evaluado, dado que los elementos de la estructura de precios no entran en las estimaciones por variables instrumentales. Por otro lado, Terza (1986) argumenta que cuando se utiliza la linearización de la estructura de tarifas en las estimaciones por variables instrumentales, se produce una correlación negativa espuria entre el precio y el error. Ver adicionalmente Arbués y otros (2003), y Worthington y Hoffmann (2006).

Agua

En este caso, se realizaron estimaciones de prueba con diferentes formas funcionales, de las cuales se concluyó que el mejor modelo a estimar era doble logarítmico. La ecuación 2 presenta el modelo estimado:

$$\ln w_a = Z\gamma + \alpha \ln p_a + \beta \ln \tilde{y}_a + \eta + \varepsilon \quad (2)$$

Donde w_a es el consumo observado en acueducto de cada hogar que reporta el valor de la factura pagada por el servicio. La matriz Z comprende una serie de variables exógenas que pueden influir en la determinación de los niveles de consumo del bien, y variables de efectos fijos por ciudad. Los precios marginales del agua son representados por p_a , y el ingreso virtual que incluye la transferencia en el mercado del agua es \tilde{y}_a . Por último η y ε son los términos de error.

Electricidad

En este caso, las estimaciones de prueba arrojaron que el modelo que convergía sin mayores complicaciones y del cual se obtenían los resultados intuitivamente esperados era logarítmico-lineal, la ecuación estimada puede ser representada por la siguiente expresión:

$$\ln w_b = Z\gamma + \alpha p_b + \beta \ln \tilde{y}_b + \eta + \varepsilon \quad (3)$$

Donde, w_b es el consumo observado en electricidad de cada hogar que reporta el valor de la factura, y las demás variables se definen igual al caso anterior.

Particularidades y estimación del método de DCC

En una estimación econométrica estándar regularmente las especificaciones de los modelos empíricos solo poseen una perturbación aleatoria y no dos como en el caso de las ecuaciones de demanda presentadas arriba. En estas aproximaciones estándar, la perturbación aleatoria esta justificada en la existencia de efectos aleatorios no observados u omitidos. Dado que la una aproximación DCC, es una modelación más completa de la demanda que otras de otra naturaleza como los mínimos cuadrados o las variables instrumentales, se debe ser cauto a la hora de introducir la perturbación aleatoria (Hewitt y Hanemann, 1995). Dado que existen diversas fuentes de error,

algunas solo desconocidas por el investigador y otras desconocidas tanto por el investigador como también por el hogar que resuelve el problema de maximización de su utilidad, es por eso que se incluyen dos términos de error en las ecuaciones. En el caso de η , este término recoge diferentes fuentes de heterogeneidad en las preferencias sobre el bien en cuestión a lo largo de los hogares, estas fuentes son no observadas por el investigador por la existencia de variables no observables o medibles. Por su parte ε recoge una fuente de error que igualmente no es observada por el investigador, pero tampoco por el hogar, se trata de un error en el proceso de optimización, el cual refleja el hecho que el uso observado no coincida con el que debería ser el óptimo (dado el proceso de maximización de la utilidad del hogar). Se asume los siguientes supuestos sobre los términos de error:

$$\eta \sim n(0, \sigma_\eta^2) \quad \varepsilon \sim n(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (4)$$

La aproximación de DCC modela la demanda condicional de un bien cuyo régimen de tarifas opera bajo la estructura de precios por bloques, para dicha modelación en este trabajo se sigue la tendencia de la literatura reciente en este tema de adoptar una formulación aditiva lineal, en tal caso la descripción de la demanda condicionada toma la siguiente forma (OHS)⁴:

$$w_i = \begin{cases} \ln w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu) + \eta + \varepsilon & \text{si } \eta < \ln w_1 - \ln w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu) \\ \ln w_i + \varepsilon & \text{si } \ln w_1 - \ln w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu) < \eta < \ln w_1 - \ln w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) \\ \ln w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) + \eta + \varepsilon & \text{si } \ln w_1 - \ln w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) < \eta < \ln w_2 - \ln w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) \\ \dots & \\ \ln w_{k-1} + \varepsilon & \text{si } \ln w_{k-1} - \ln w_{k-1}^*(z, p_{k-1}, y_{k-1}, \delta, \alpha, \mu) < \eta < \ln w_{k-1} - \ln w_k^*(z, p_k, y_k, \delta, \alpha, \mu) \\ \ln w_k^*(z, p_k, y_k, \delta, \alpha, \mu) + \eta + \varepsilon & \text{si } \ln w_{k-1} - \ln w_k^*(z, p_k, y_k, \delta, \alpha, \mu) < \eta < \infty \end{cases} \quad (5).$$

La expresión (5) se obtiene de despejar para η cada una de las desigualdades que pueden plantearse a partir de las ecuaciones (1) y (2), que resultan de cada caso posible en el que pueda estar ubicado dentro de la estructura de precios el consumo observado: cada uno de los bloques de consumo o de los kinks. Además w es el consumo

⁴ La derivación matemática y su notación siguen la línea de los trabajos de Hewitt y Hanemann (1995) y de Olsmted et all (2005)

observado y $w_k^*(z, p_k, y_k, \delta, \alpha, \mu)$ es el consumo estimado al interior del bloque k , y w_k es el consumo en el punto o kink k .

La ecuación anterior es la que se va a estimar a través de máxima verosimilitud, la probabilidad de observar un determinado nivel de consumo del servicio w_i , puede ser expresada de la siguiente manera:

$$P(\ln w_i) = \sum_{j=1}^k p(\ln w_i | \ln w_i \in t_j) \cdot p(\ln w_i \in t_j) \quad (6).$$

Donde t_j , hace referencia a un bloque o kink determinado, por lo tanto la sumatoria se realiza sobre todas las posibles posiciones de consumo del bien dentro de la restricción presupuestal: cualquier bloque o cualquier kink.

Al resolver la expresión anterior se obtiene la formula de la función de máximo verosimilitud, para un número de bloques y kinks tal que: $\text{bloques} + \text{kinks} = k$. Al resolver para el caso de 3 bloques y 2 kinks que es el caso de acueducto se obtuvo la siguiente función de verosimilitud:

$$\begin{aligned} \ln L = & \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(s_1)^2}{2}}}{\sigma_v} \right] \cdot [\Phi(r_1) - 0] + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(u_1)^2}{2}}}{\sigma_\varepsilon} \right] \cdot [\Phi(m_1) - \Phi(t_1)] \\ & + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(s_2)^2}{2}}}{\sigma_v} \right] \cdot [\Phi(r_2) - \Phi(n_2)] + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(u_2)^2}{2}}}{\sigma_\varepsilon} \right] \cdot [\Phi(m_2) - \Phi(t_2)] + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(s_3)^2}{2}}}{\sigma_v} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} v &= \eta + \varepsilon & \rho &= \text{corr}(v, \eta) \\ s_k &= \frac{(\ln w_i - \ln w_i^*(.))}{\sigma_v} & u_k &= \frac{(\ln w_i - \ln w_k)}{\sigma_\varepsilon} \\ t_k &= \frac{(\ln w_k - \ln w_k^*(.))}{\sigma_\varepsilon} & m_k &= \frac{(\ln w_k - \ln w_{k+1}^*(.))}{\sigma_\eta} \\ r_k &= \frac{(t_k - \rho s_k)}{\sqrt{1 - \rho^2}} & n_k &= \frac{(m_{k-1} - \rho s_k)}{\sqrt{1 - \rho^2}} \end{aligned} \quad (9)$$

Se estimaron las ecuaciones de demanda maximizando formulas de verosimilitud del tipo de la ecuación (8), para los servicios de agua y alcantarillado, utilizando diferentes expresiones según la forma de la función de oferta enfrentada por cada consumidor en

particular (tres bloques dos kinks, dos bloques un kink, etc.). Para determinar la elasticidad precio de la demanda con precisión, se realizaron simulaciones tipo Montecarlo, utilizando la esperanza matemática de la función de demanda condicional, según la forma funcional que se utiliza en la estimación de la demanda, dado que por la naturaleza no lineal de la aproximación los parámetros no pueden ser precisamente interpretados como elasticidades⁵. No obstante las elasticidades precio de las demandas simuladas resultan en magnitud muy similares a los coeficientes de precio obtenidos de las estimaciones. Por cuestiones de extensión del documento se profundizara sobre el cálculo de la esperanza matemática del consumo y la simulación en uno de los apéndices del documento.

5. Datos y resultados de las estimaciones de demanda de servicios públicos

5.1 Datos y fuentes de información

Nuestra estimación de funciones de demanda residencial de agua y electricidad usa como fuente de información la Encuesta de Calidad de Vida (ECV), realizada por el departamento administrativo Nacional de Estadística (DANE) en el año 2003. Dicha encuesta recoge valiosa información sobre las condiciones socioeconómicas de la población colombiana, la encuesta indaga sobre el valor de la última factura pagada por servicios públicos del hogar encuestada, el ingreso y otro conjunto de variables que pueden influir en la determinación de los niveles de consumo de estos dos servicios públicos domiciliarios. La otra información relevante que se utilizó en el presente estudio son las tarifas cobradas por las empresas prestadoras en el mismo tiempo en el que se realizó la encuesta. Para la información de tarifas se tiene como fuentes las comisiones de Regulación de los servicios en cuestión, la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD) y el Sistema Único de Información de la SSPD.

Con la información de la factura pagada por cada hogar en particular y las tarifas cobradas por las empresas, se calculó el consumo observado a través de algunas derivaciones de la expresión (1), la cual establece la estructura de cobro estándar, para

⁵ Esto porque los precios aparecen en los límites de integración de la fórmula de probabilidad de observar un consumo específico.

un servicio público, la cual incluye un cargo fijo (aunque no en todos los casos), y cada uno de los bloques de consumo con sus respectivos precios.

$$V^{(e)}(Q_k) = v_0^{(e)} + \sum_{i=1}^n p_i^{(e)} q_i; \quad Q_k = \sum_{n=1}^k q_i \quad (1).$$

Con $i = 1, 2, \dots, n$

donde $V^{(e)}$, corresponde al valor de la factura de una vivienda ubicada en estrato e la cual es una función que depende de las cantidades totales consumidas Q_k , $v_0^{(e)}$ es el cargo fijo que se cobra a las viviendas ubicadas en estrato e , $p_i^{(e)}$ es el precio marginal en el bloque de precios i , para una vivienda ubicada en estrato e , q_i indica la cantidad consumida por el hogar el bloque de precios i , n indica el número de intervalos, y k el intervalo en el cual se encuentra la cantidad total consumida en unidades del respectivo bien Q_k .

Una descripción de las variables utilizadas en las estimaciones se presenta en la tabla 1. La diferencia en el número de viviendas con las cuales se estimaron los modelos de agua y electricidad se debe principalmente al bajo reporte de la factura de agua. El resultado final es que la muestra utilizada en el ejercicio de agua consta de hogares relativamente más ricos que la de electricidad: se encuentran con mayor probabilidad en estratos altos, tienen un jefe más educado, y en general, las características de sus viviendas son mejores.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas.

Variable	Agua		Electricidad		Diferencia Significativa
	Mean	Std. Dev.	Mean	Std. Dev.	
Consumo	16.70	13.73	254.99	236.54	N.A.
N. cuartos	3.94	1.45	3.85	1.48	*
N. Baños	1.58	0.89	1.55	0.87	*
Jardín	0.54	0.50			N.A.
solar	0.05	0.21	0.06	0.23	*
Garaje	0.24	0.43	0.23	0.42	
Terraza	0.17	0.37	0.16	0.37	
zona verde	0.13	0.33			N.A.
cocina	0.97	0.16			N.A.
Casa	0.48	0.50	0.48	0.50	
Estrato 2	0.32	0.47	0.34	0.47	*
Estrato 3	0.40	0.49	0.38	0.48	*
Estrato 4	0.13	0.33	0.13	0.34	
Estrato 5	0.06	0.23	0.05	0.21	*
Estrato 6	0.02	0.14	0.02	0.15	
Cocina con energía			0.22	0.41	N.A.
Mala calidad agua	0.11	0.31			N.A.
Agua todos los días	0.98	0.13			N.A.
Agua las 24 horas	0.98	0.16			N.A.
Educación Jefe	9.08	4.96	8.89	4.97	*
Edad del jefe	49.26	14.92			N.A.
N. Electrodomesticos			5.07	2.29	*
Miembros en la Familia	4.07	2.00	4.07	2.12	
Ingreso	1,660,926	5,505,154	1,554,473	4,917,231	
No. Observaciones	10,639		12,742		

Fuente: ECV 2003.

* El consumo de agua está expresado en metros cúbicos y el de energía en KWH

5.2 Resultados

Agua

En este caso se utilizó información para 9 ciudades, incluidas en la ECV 2003, y sus respectivas tarifas. Estas ciudades fueron: Bogotá, Medellín y su área metropolitana, Barranquilla, Cartagena, Santa Marta, Cúcuta Bucaramanga, Cali y Pasto.⁶ Los resultados de las estimaciones se presentan en la tabla 2, en donde aparecen también los

⁶ Las inferencias resultantes con base en los hogares de la ECV 2003 que residen en estas ciudades son representativas del agregado de la zona urbana de las mismas.

nombres de las variables⁷. Salvo las variables casa, solar, numero de cuartos y las dummies de efectos fijos para Cali y Bucaramanga, las demás variables incluidas en la regresión resultaron ampliamente significativas.

Tabla 2. Resultados ecuación de demanda de Agua: DCC y OLS

Variable	DCC		OLS	
	Estimador	t-estadístico	Estimador	t-estadístico
N. cuartos	-0.0084	-1.22	0.0164	0.01
N. Baños	0.1404	10.74	0.1204	0.01
jardín	0.0423	2.43	0.0343	0.01
solar	-0.0584	-1.61	-0.0064	0.03
Garaje	0.0436	2.01	0.0009	0.02
Terraza	0.0738	3.49	0.0624	0.02
zona verde	-0.0988	-3.89	-0.0416	0.02
cocina	0.1427	2.93	0.1242	0.05
Casa	-0.0279	-1.61	0.0237	0.01
Estrato 2	0.2684	8.47	-0.3955	0.03
Estrato 3	0.3233	9.37	-0.9286	0.03
Estrato 4	0.4356	9.97	-0.9899	0.04
Estrato 5	0.4776	9.01	-1.2058	0.05
Estrato 6	0.6176	8.38	-1.1917	0.06
Mala calidad agua	0.0558	2.33	0.0369	0.02
Agua todos los días	0.4938	8.55	0.1349	0.05
Agua las 24 horas	0.1638	3.32	-0.0332	0.05
Educación del jefe	0.0016	0.76	-0.0020	0.00
Edad del jefe	0.0074	12.73	0.0022	0.00
N. miembros del hogar	0.1274	30.88	0.0772	0.00
Cali	0.0415	1.58	1.0078	0.04
Medellín	0.2250	10.38	0.8331	0.03
Barranquilla	0.3380	9.48	0.9847	0.06
Pasto	-0.1643	-2.30	0.9412	0.05
Bucaramanga	-0.0504	-1.18	1.2309	0.09
Pereira	0.2489	5.77	1.1507	0.07
Cartagena	0.2995	6.51	0.4921	0.08
Precio	-0.2454	-12.62	1.4547	0.02
Ingreso	0.1402	15.34	0.0311	0.01
η	0.7120	96.83		
ε	0.1790	10.55		
Constante			-8.5551	0.18

Las variables de estrato revelan que el consumo se incrementa a medida que pasamos a estratos cada vez más altos, las variables que describen elementos adicionales de las

⁷ Una descripción más detallada de cada variable se encuentra en los anexos del trabajo (tabla A1)

viviendas como número de baños, garaje, terraza, jardín, etc., como es de esperarse tienen una influencia positiva en el consumo del recurso.

La variable solar, la variable casa (la unidad de vivienda es casa y no apartamento) junto con la variable zona verde (cercanía de la vivienda a parques y zonas verdes), explican de forma negativa el consumo. En caso de las zonas verdes, estas pueden resultar un sustituto de otro tipo de bienes que impliquen consumo de agua como el jardín y en el caso de la existencia de solar este elemento en muchos casos permite la recolección de aguas lluvias para empleos generales como el aseo y además mantiene la vivienda fresca y ventilada, adicionalmente los solares son característicos de las casas y no de los apartamentos y los resultados de la estimación de la demanda indican que en promedio los hogares que habitan unidades de vivienda que son casas consumen menos agua. La variable número de cuartos resulta con signo negativo pero su efecto no es estadísticamente significativo.

Las variables de efectos fijos de ciudad revelan que con respecto a Bogotá (categoría de referencia) y manteniendo todo lo demás constante, algunas ciudades como Medellín, Barranquilla, Cali, Pereira y Cartagena consumen más agua en promedio. Alternativamente comparadas con Bogotá otras ciudades como Pasto y Bucaramanga consumen menos. Esto puede explicarse por el hecho de que como se verá más adelante la elasticidad precio de la demanda del agua es baja en relación a otros servicios públicos como electricidad, aunque el precio del servicio sea mayor en Bogotá que en la mayoría de las otras ciudades, el ingreso del hogar promedio es sustancialmente mayor, por lo tanto el consumo resulta inferior en algunas ciudades. En las ciudades en las cuales el consumo es mayor, puede presentarse que en promedio el efecto de un menor precio relativo en relación a Bogotá supere el efecto de un menor ingreso en comparación a esta ciudad.

Note la gran diferencia que se encuentra entre los coeficientes estimados por OLS y aquellos estimados por DCC. Con OLS no se logra identificar la relación negativa que existe entre los precios y la demanda de agua, y el efecto ingreso es en ese caso despreciable. Con OLS, buena parte del efecto precio se captura en los efectos fijos de estrato socioeconómico, los cuales a su vez presentan un signo contraintuitivo.

Aunque la interpretación de los coeficientes de precio e ingreso como cambios marginales puede estar sujeta a imprecisiones dada la no linealidad del modelo, más adelante puede verse que las elasticidades calculadas por simulación son muy similares a dichos coeficientes. En el caso de esta estimación por ser doble logarítmica los coeficientes podrían ser interpretados como elasticidades, así la elasticidad precio estaría alrededor del -25% y en caso de ingreso del 14%. De lo cual se puede adelantar que el bien es inelástico al precio y al ingreso, lo cual es muy intuitivo teniendo en cuenta que el agua es un bien necesario por lo tanto no se espera mucha respuesta del consumo ante variaciones del precio o el ingreso.

Electricidad

En el caso de electricidad se utilizó información de las siguientes ciudades colombianas: Medellín y su área metropolitana, Cali, Bogotá, Bucaramanga, Pasto, Cartagena, Barranquilla. Los resultados de las estimaciones están presentados en la tabla 3.⁸ Salvo por la variable garaje todas las variables incluidas en la ecuación de demanda resultan estadísticamente significativas, las variables que se refieren a la existencia de algunos elementos de la vivienda como número de cuartos, número de baños, terraza etc., resultan como es de esperarse teniendo un efecto positivo sobre el consumo del recurso. Las variables de estrato revelan que se mantiene el mismo patrón que en agua, el consumo crece a medida se pasa de un estrato a otro. La única variable que tiene una influencia negativa sobre el consumo es los años de educación del jefe, revelando que mientras más educado sea el jefe del hogar se evidencia un menor consumo, revelando este hecho la existencia de una cultura del ahorro y del no desperdicio, al interior de los hogares más educados.

⁸ Una descripción más detallada de las variables aparece en los anexos (tabla A1)

Tabla 3. Resultados ecuación de demanda de electricidad: DCC y OLS

Variable	DCC		OLS	
	Estimador	t-estadístico	Estimador	t-estadístico
N. cuartos	0.0245	12.42	0.0167	0.00
N. Baños	0.0921	7.91	0.1111	0.01
solar	0.1050	4.69	-0.0068	0.02
Garaje	-0.0078	-0.60	-0.0039	0.01
Terraza	0.0830	5.03	0.0380	0.01
Casa	0.0666	5.43	0.0713	0.01
Estrato 2	0.4175	18.80	-0.0919	0.02
Estrato 3	0.5064	18.59	-0.4111	0.02
Estrato 4	0.5731	15.07	-0.5793	0.03
Estrato 5	0.5546	10.79	-0.9050	0.04
Estrato 6	0.7859	13.24	-0.7424	0.04
Cocina con energía	0.2706	15.38	0.1767	0.01
Educación Jefe	-0.0076	-6.86	-0.0062	0.00
Miembros en la Familia	0.0642	7.12	0.0520	0.00
Cali	0.1499	6.95	0.2698	0.02
Medellín	0.5993	33.05	0.7385	0.03
Barranquilla	0.5363	22.45	0.3424	0.06
Pasto	0.1907	4.37	-0.3745	0.04
Bucaramaga	-0.1587	-7.62	-0.6300	0.04
Cúcuta	0.2755	6.34	-0.1189	0.05
Pereira	0.1120	3.39	0.0620	0.04
N. Electrodomesticos	0.0056	6.75	0.0435	0.00
Precio	-0.0025	-11.34	0.0113	0.00
Ingreso Virtual	0.3261	108.96	0.0283	0.01
η	0.5709	104.08		
ε	0.1886	12.47		
Constante			2.3772	0.08

En cuanto a los efectos fijos de ciudad, los resultados revelan que en promedio y todo lo demás constante casi todas las ciudades salvo Bucaramanga, presentan un consumo superior al de Bogotá, este resultado es consistente con las estimaciones dado que a comparación del agua la elasticidad precio de la demanda es mayor y dado que los precios marginales a cualquier bloque de consumo son mayores en Bogotá, eso repercute en un efecto precio en detrimento del consumo en la ciudad.

En este caso, los estimadores obtenidos por OLS registran problemas similares a los detectados en el caso de la demanda de agua.

Aunque de nuevo aquí la interpretación de los coeficientes de precio e ingreso puede tener ciertas imprecisiones, mas adelante puede verse que la elasticidad precio simulada es muy similar a la que se obtiene con el coeficiente. Dado que el modelo arroja una semielasticidad en el caso del precio al multiplicar por el consumo promedio se obtiene una elasticidad promedio superior a -0.48% y el coeficiente del ingreso que es una elasticidad es de 32%. De acuerdo a lo cual en comparación al agua, la electricidad es un bien más elástico, lo cual es bastante intuitivo dado que muchos bienes superiores y suntuarios y del hogar funcionan con electricidad, lo que hace que la respuesta ante cambios en precio e ingreso pueda ser más alta.

Simulación de la elasticidad precio de la demanda

La no linealidad del modelo de elección discreta continua, implica que los coeficientes no puedan interpretarse precisamente como cambios marginales, esto porque las variables explicativas se encuentran también en los límites de integración de la expresión de la demanda condicionada por lo cual no es posible encontrar una solución analítica para expresar la derivada. Sin embargo para esta superar esta limitación y encontrar cambios marginales precisos, es posible simularlos, para lo cual hay que encontrar una expresión para el valor esperado del consumo y perturbar el precio en una magnitud equivalente al 1%, con lo cual es posible hallar el valor de la elasticidad directamente, este procedimiento se hace a través de experimentos Montecarlo.

Para este procedimiento es necesario calcular una expresión para el valor esperado del consumo, del planteamiento de la función de demanda condicional y siguiendo a OHS, tenemos el consumo condicional a los bloques toma la siguiente forma:

$$w = \begin{cases} w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } 0 < e^\eta < \frac{w_1}{w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_1 e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_1}{w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_1}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_1}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_2}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_2 e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_2}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_2}{w_3^*(z, p_3, y_3, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_3^*(z, p_3, y_3, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_2}{w_3^*(z, p_3, y_3, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta \end{cases} \quad (10).$$

Resolviendo la anterior expresión se obtiene una formula para el valor esperado del consumo $E(w)$, esta derivación aparece explicada mas detalladamente en los anexos del documento.

Agua

Los resultados de las simulaciones de la elasticidad precio de agua se presentan en la tabla número cuatro, la elasticidad media es de -0.23 se realizaron 100 simulaciones de la elasticidad, lo que permite obtener un estadístico t con el cual se deduce que el parámetro es estadísticamente significativo.

Tabla 4. Elasticidades precio simuladas, Agua

Media	Desviación	T
-0.23	0.03	-7.84

En la siguiente tabla aparecen los resultados de la simulación de las elasticidades ingreso, para la demanda estimada de agua, en promedio la elasticidad fue de 0.17 y es estadísticamente distinta de cero.

Tabla 5. Elasticidades ingreso de la demanda simuladas, Agua

Media	Desviación	T
0.17	0.01	12.03

Electricidad

Los resultados de las simulaciones de elasticidad precio e ingreso de la demanda de electricidad se presentan en las siguientes tablas, aquí igualmente se realizaron 100 simulaciones y se cálculo un t estadístico y las variables resultan altamente significativas.

Tabla 6. Elasticidades precio simuladas, electricidad

Media	Desviación	T
-0.45	0.07	-6.09

Tabla 7. Elasticidades ingreso simuladas, electricidad.

Media	Desviación	T
0.307	0.004	70.461

En el caso del agua las elasticidades simuladas tanto de precio como de ingreso, no difieren mucho de los coeficientes de las regresiones, (-23%) y (17%) para precio y agua respectivamente, es decir que si se registrase un incremento o decremento en el precio del agua equivalente al doble del precio actual, el consumo promedio solo se incrementaría o reduciría en 23% respectivamente, alternatively si el ingreso familiar se duplicase en el hogar el incremento en el consumo solo sería del 17%. Estas elasticidades son más bajas que las obtenidas en el caso de electricidad, lo que puede ser interpretado como que el agua es un bien de carácter más necesario que la electricidad, el consumo no responde mucho ante cambios ni de precio ni de ingreso.

Por el lado de la electricidad encontramos una elasticidad precio de -0.45, es decir toda vez que la tarifa de electricidad cambie la respuesta del consumo será en magnitud superior a la que tendría el consumo de agua. La elasticidad ingreso obtenida fue del 0.31 toda vez que el ingreso se duplique el consumo de electricidad se elevaría en un 31%. Dado que el consumo de muchos bienes suntuarios al interior del hogar, es un consumo complementario al uso de la electricidad, la respuesta en el consumo del bien es más sensible que en el caso del agua.

6. Cálculo de mediciones del bienestar económico de los hogares beneficiarios a partir de la elasticidad precio de la demanda

Uno de los principales logros de caracterizar la función de demanda de un bien es que permite traer al campo de lo empírico, muchos conceptos desde la teoría económica del bienestar. En esta sección se calcula con base en los resultados obtenidos de las estimaciones econométricas, el cambio en el excedente del consumidor y la pérdida irrecuperable de la eficiencia, resultantes de una política que iguala en cada estrato los precios marginales del consumo básico a los del consumo complementario, para los casos de agua y electricidad.

El excedente del consumidor es una de las herramientas más mencionadas de la teoría del bienestar y a nivel empírico, la idea básica es evaluar la disponibilidad a pagar de un consumidor por un cambio en el precio del bien que consume, por ejemplo de p_0 a p_1 . Para caracterizar los cambios en bienestar generados por cambios en los precios, se

utiliza un conjunto de herramientas diseñadas desde la teoría del bienestar como la variación compensada y la variación equivalente. Dado que los cambios en los precios de los servicios públicos afectan el bienestar económico de la familia representativa, herramientas de este corte son una clave importante para el diseño de políticas en el campo de los servicios públicos domiciliarios en el País.

Si se cuenta con una estimación confiable de la función de demanda, uno de los acercamientos más comunes al excedente del consumidor es el área a la izquierda de la demanda marshaliana utilizando los parámetros estimados, sin embargo esta metodología no deja de ser una aproximación y bajo ciertas circunstancias podría no ser muy precisa. Para calcular las mediciones de bienestar que se presentan en este trabajo se siguió a Hausman (1981), quien desarrolla una metodología para encontrar el excedente del consumidor y la pérdida irrecuperable de manera precisa con base en la demanda compensada.

Estimación del cambio en el excedente del consumidor y la pérdida irrecuperable del subsidio a los servicios públicos

La idea básica de la metodología de Hausman (1981), es encontrar el cambio en el excedente del consumidor a través de la función de demanda compensada o hicksiana, partiendo de la demanda observada de mercado o marshaliana, que es justamente la que se ha estimado en secciones anteriores. Con este insumo realizan los cálculos de la variación compensada que es una medición del cambio en el excedente del consumidor, y con la magnitud de la variación compensada se puede encontrar el valor de la pérdida irrecuperable de la eficiencia de forma directa.

Para empezar a construir una expresión para la variación compensada ante un cambio de precios se utiliza la identidad de Roy, con base en la cual se obtiene la siguiente ecuación:

$$-\frac{\partial V(p_1, y)/\partial p_1}{\partial V(p_1, y)/\partial y} = e^{\alpha} p_1^{\alpha} y^{\delta} \quad (11)$$

Observe que la expresión de la derecha es la función de demanda para el caso de agua para la cual se utilizó una forma Log-Log. Para encontrar la función indirecta de

utilidad se resuelve la anterior ecuación diferencial por separación de variables y se integra para llegar a la siguiente expresión:

$$V(p_1, y) = c = -e^{z\gamma} \frac{p_1^1 + \alpha}{1 + \alpha} + \frac{y^{1-\delta}}{1 - \delta} \quad (12)$$

Siguiendo la metodología planteada por Hausman (1981), simplemente se define la constante de integración como un índice de utilidad cardinal $c = u_o$. Despejando el ingreso de la ecuación anterior se obtiene la función de gasto la cual depende de la utilidad y el nivel de precios.

$$e(p_1, \bar{u}) = \left\{ (1 - \delta) \left[\bar{u} + e^{z\gamma} \left(\frac{p_1^1 + \alpha}{1 + \alpha} \right) \right] \right\}^{1/(1-\delta)} \quad (13)$$

Si consideramos un cambio de precios de p_o a p_1 , la variación compensada es la cantidad de ingreso vc , que se le tendría que transferir al consumidor, para que a los precios nuevos, p_1 , mantenga su utilidad inicial, u_o . De esta forma, vc es tal que $V(p_o, y_o) = V(p_1, y_o + vc)$. En términos de la función de gasto se expresa como:

$$\begin{aligned} CV(p_o, p_1, y_o) &= e(p_1, u_o) - e(p_o, u_o) \\ &= e(p_1, u_o) - y_o \end{aligned} \quad (14)$$

Finalmente utilizando las expresiones (13) y (14), y realizando algunos procedimientos algebraicos se obtiene una ecuación para la variación compensada en términos del cambio de precios y su equivalente en términos del cambio en el precio de las cantidades.

$$\begin{aligned} VC &= \left\{ (1 - \delta) \left(\left(\frac{e^{z\gamma}}{1 + \alpha} \right) (p_1^{1+\alpha} - p_o^{1+\alpha}) \right) + y_o^{0(1-\delta)} \right\}^{1/(1-\delta)} - y_o^0 \\ &= \left\{ \left(\frac{1 - \delta}{(1 + \alpha)y_o^{0\delta}} \right) [p_1^1 x_1^1(p_1^1, y_o^0) - p_o^0 x_1^0(p_o^0, y_o^0)] + y_o^{0(1-\delta)} \right\}^{1/(1-\delta)} - y_o^0 \end{aligned} \quad (15)$$

El mismo procedimiento se utiliza para encontrar una ecuación para la de manda de electricidad que utiliza una forma logaritmo lineal la expresión que se obtiene para la variación compensatoria es la siguiente:

$$\begin{aligned} VC &= \left\{ \left(\frac{1 - \delta}{\alpha} \right) e^{z\gamma} (e^{\alpha \cdot p_1^1} - e^{\alpha \cdot p_o^0}) + y_o^{0(1-\delta)} \right\}^{1/(1-\delta)} - y_o^0 \\ &= \left\{ \left(\frac{1 - \delta}{\alpha y_o^{0\delta}} \right) [x_1^1(p_1^1, y_o^0) - x_1^0(p_o^0, y_o^0)] + y_o^{0(1-\delta)} \right\}^{1/(1-\delta)} - y_o^0 \end{aligned} \quad (16).$$

Con las expresiones anteriormente presentadas se puede entonces encontrar la variación compensada ante el cambio de precios que implica cualquier tipo de subsidio o impuesto. Al igual que una medida de cambio en el excedente del consumidor es importante tener una medida de la pérdida irrecuperable de la eficiencia asociada a la respectiva distorsión en los precios, si la variación compensada es el área a la izquierda de la curva de demanda compensada $h(p, u_o)$ entre el precio inicial p_o y el precio final p_1 , la pérdida de la eficiencia es el triángulo que corresponde a la diferencia entre la variación compensada y el costo del subsidio o las rentas que se recogen con el impuesto. Dado que los servicios públicos se caracterizan en Colombia por haber sido importantemente subsidiados, en esta sección se realiza un acercamiento a la medición de la variación compensada y la pérdida de la eficiencia de dicho subsidio.

Aplicación Empírica

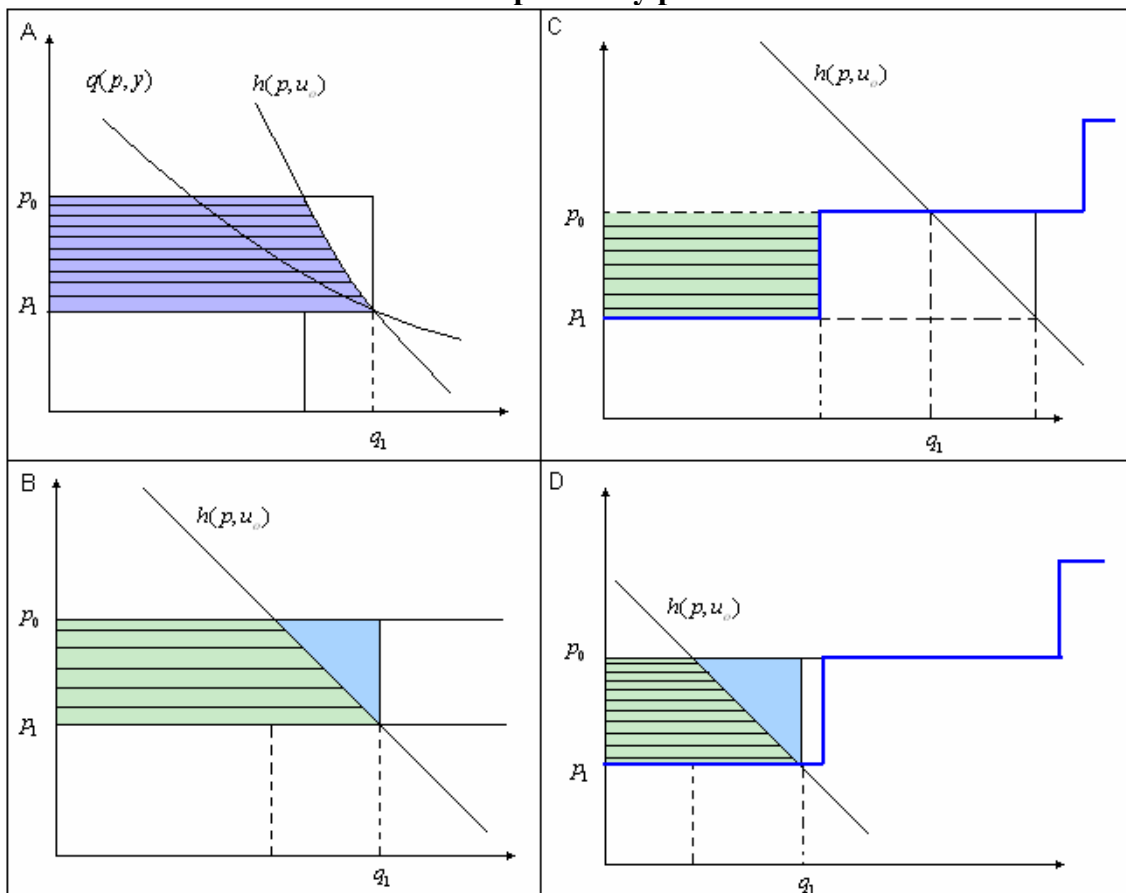
La pérdida irrecuperable de la eficiencia corresponde entonces al área que resulta de restar del costo total del subsidio $(p_o - p_1) \cdot q_1$, el área correspondiente a la variación compensada, lo cual da como resultado el triángulo blanco en la esquina superior derecha en el rectángulo que representa el costo del subsidio en el panel A del gráfico 2.

Para el cálculo de la variación compensada y la pérdida de la eficiencia se realizaron dos ejercicios de acercamiento. En el primer ejercicio, el más general, se analizó un cambio de precios de p_o a p_1 siendo p_1 el costo de referencia y p_o el precio del primer bloque en la estructura, asumiendo que la curva de oferta agregada del servicio público es perfectamente elástica, esto se muestra en el panel B del gráfico 2. El precio disminuye generando una variación compensada equivalente al área del trapecio rayado, mientras que el costo del subsidio equivale al rectángulo en color. El cambio de precio en cada servicio equivale al precio que enfrenta en el primer rango de consumo, al precio que corresponde al costo de referencia.

En el segundo ejercicio se asume una estructura de oferta IBP y se modela un cambio de precios igualmente de p_o a p_1 , nuevamente donde p_o y p_1 son los precios en el primer intervalo de consumo, y el costo de referencia, respectivamente. En este caso se asume que el cambio en los precios no es lo suficientemente grande para que el individuo se

Los resultados también son presentados discriminando entre la muestra total y solamente los hogares que son susceptibles de recibir el subsidio. Lo anterior, debido a que algunos hogares (menos del 10% de la muestra) nunca reciben subsidio independientemente del nivel de consumo. Esta discriminación es importante dado que es de esperar que la magnitud de la pérdida de la eficiencia y la variación compensada difiera según el tipo de servicio entre estas dos muestras.

Gráfico 2. Variación compensada y pérdida de la eficiencia



Resultados

Los resultados de los ejercicios anteriormente planteados se presentan en las siguientes tablas. Para ver visualizar elementos importantes desde el punto de vista distributivo se analizan las medias de la variación compensatoria y la pérdida irrecuperable de la eficiencia por deciles de ingreso.

Agua

Para el caso de agua en el panel superior de la tabla 8 se presentan los resultados del primer ejercicio (oferta infinitamente elástica) y en el inferior los del segundo ejercicio (oferta IBP), Los cuadros están divididos con los resultados para toda la muestra y exclusivamente para la muestra que puede recibir subsidio, la muestra. Los hogares que independientemente del rango de consumo que presenten, no pueden recibir subsidio, son aquellos de estratos altos en los cuales el precio que corresponde al primer rango de consumo siempre es igual o está por encima del costo de referencia. Para la muestra con la que se calcula agua son 600 observaciones las que presentan esta situación mientras que 1063 son los hogares que si pueden recibir subsidios en este servicio.

Tabla 8. Promedios de la variación compensada y la pérdida irrecuperable de acuerdo a la estructura de tarifas: Agua

A. Cuadro con oferta infinitamente elástica

Decil	Todos los Hogares			Hogares Subsidiados		
	VC	PE	PE/VC	VC	PE	PE/VC
1	6,144	-674	-11.0%	6,860	-747	-10.9%
2	7,504	-838	-11.2%	8,415	-939	-11.2%
3	6,195	-656	-10.6%	7,685	-799	-10.4%
4	6,949	-728	-10.5%	8,376	-859	-10.3%
5	7,328	-758	-10.3%	8,742	-898	-10.3%
6	7,501	-683	-9.1%	8,621	-769	-8.9%
7	7,147	-615	-8.6%	8,920	-759	-8.5%
8	7,151	-564	-7.9%	8,911	-669	-7.5%
9	5,780	-448	-7.7%	9,364	-605	-6.5%
10	1,438	-254	-17.7%	7,955	-388	-4.9%
Total	6,314	-621	-9.8%	8,388	-762	-9.1%

B. Cuadro con bloques de precios crecientes, IBP

Decil	Todos los Hogares			Hogares Subsidiados		
	VC	PE	PE/VC	VC	PE	PE/VC
1	6,123	-589	-9.6%	6,996	-665	-9.5%
2	7,253	-747	-10.3%	8,134	-837	-10.3%
3	6,040	-580	-9.6%	7,487	-707	-9.4%
4	6,605	-626	-9.5%	7,959	-739	-9.3%
5	6,825	-570	-8.4%	8,148	-678	-8.3%
6	6,905	-485	-7.0%	7,922	-547	-6.9%
7	6,580	-424	-6.4%	8,218	-522	-6.4%
8	6,421	-336	-5.2%	7,927	-403	-5.1%
9	5,206	-221	-4.2%	8,118	-310	-3.8%
10	1,827	-75	-4.1%	6,380	-150	-2.4%
Total	5,977	-465	-7.8%	7,778	-580	-7.5%

La pérdida irrecuperable de la eficiencia calculada en los dos ejercicios es relativamente estable en magnitud entre los deciles de ingreso intermedios, aunque como proporción de la variación compensada, es notable que en los primeros deciles esta proporción es mayor. La pérdida de la eficiencia resulta ser un porcentaje de la variación compensatoria entre el 9.1% y el 7.5% para el primer y segundo ejercicio respectivamente, para la muestra de hogares que son susceptibles de recibir el subsidio según sea su nivel de consumo.

Electricidad

En forma similar al caso de agua, los resultados de electricidad se presentan en la tabla 9. Los resultados del primer ejercicio, suponiendo una curva de oferta perfectamente elástica, en el panel superior, y los del segundo, suponiendo una curva de oferta tipo

IBP en el inferior. En el caso de electricidad los resultados también son discriminados entre el total de la muestra y solo la muestra de hogares que son susceptibles de recibir subsidio, por ser de una estructura que comprende dos bloques algunos hogares ubicados en estratos altos en cada una de las respectivas ciudades enfrentan desde el primer bloque de consumo un precio mayor o igual al costo de referencia, los hogares que se encuentran en esta situación son 2328 en la muestra, una cantidad importante en relación al caso de agua en donde su peso en la muestra era menor. Los hogares que en electricidad son susceptibles de recibir el subsidio son 10410.

Tabla 9. Promedios de la variación compensada y la pérdida irrecuperable de acuerdo a la estructura de tarifas: Electricidad

A. Cuadro con oferta infinitamente elástica

Decil	Todos los Hogares			Hogares Subsidiados		
	VC	PE	PE/VC	VC	PE	PE/VC
1	10,851	-1,023	-9.4%	11,328	-1,062	-9.4%
2	13,910	-1,376	-9.9%	14,514	-1,431	-9.9%
3	15,271	-1,524	-10.0%	15,678	-1,560	-9.9%
4	14,944	-1,471	-9.8%	16,012	-1,549	-9.7%
5	16,227	-1,637	-10.1%	17,225	-1,730	-10.0%
6	16,479	-1,666	-10.1%	18,199	-1,811	-10.0%
7	18,201	-1,787	-9.8%	20,316	-1,967	-9.7%
8	17,248	-1,641	-9.5%	20,660	-1,918	-9.3%
9	12,585	-1,251	-9.9%	21,218	-1,877	-8.8%
10	6,314	-1,082	-17.1%	26,958	-1,969	-7.3%
Total	14,234	-1,450	-10.6%	17,564	-1,663	-9.4%

B. Cuadro con bloques de precios crecientes, IBP

Decil	Todos los Hogares			Hogares Subsidiados		
	VC	PE	PE/VC	VC	PE	PE/VC
1	9,683	-399	-4.1%	10,499	-648	-6.2%
2	11,155	-631	-5.7%	11,640	-661	-5.7%
3	11,752	-554	-4.7%	12,062	-577	-4.8%
4	11,229	-499	-4.4%	12,025	-564	-4.7%
5	11,763	-495	-4.2%	12,490	-532	-4.3%
6	11,222	-334	-3.0%	12,388	-413	-3.3%
7	11,162	-174	-1.6%	12,385	-299	-2.4%
8	9,811	58	0.6%	11,592	-140	-1.2%
9	6,618	572	8.6%	10,455	-43	-0.4%
10	3,788	2,110	55.7%	8,990	-34	-0.4%
Total	9,818	-35	-0.4%	11,635	-429	-3.7%

Muy parecido al caso anterior, la pérdida irrecuperable de la eficiencia para la distorsión de precios provocada por el subsidio para electricidad es de mayor magnitud en los

deciles bajos e intermedios y se reduce de forma importante para los altos, sobretudo en el caso de los hogares susceptibles de subsidios. La pérdida de la eficiencia resulta ser un porcentaje de la variación compensatoria de 9.4% y 3.7%, para el ejercicio de oferta infinitamente elástica y oferta IBP respectivamente, en el caso de los hogares susceptibles de ser subsidiados. Es notable que la pérdida irrecuperable de la eficiencia es muy baja en promedio para toda la muestra, esto porque dada la estructura de consumo característica de este servicio hay un número considerable de hogares que no poseen pérdida irrecuperable dado que en gran parte de las ciudades a partir del tercer estrato el precio del primer bloque resulta ser el mismo costo de referencia lo que disminuye el promedio de la pérdida irrecuperable notablemente.

La pérdida irrecuperable es una pérdida de la eficiencia porque el costo del subsidio es superior a la magnitud que los individuos estarían dispuestos a pagar por un cambio de precios que los dejase en el estado de bienestar antes de que los precios experimentaran una variación. Es menor en el caso de electricidad en comparación al de agua porque la estructura del consumo, es tal, que en electricidad hay mucha más concentración de hogares consumidores en el bloque de consumo complementario, muchos de los cuales no tienen pérdida irrecuperable de la eficiencia, siempre y cuando el cambio en los precios nos los lleve a reducir su consumo al primer intervalo, o consumo de subsistencia. Este resultado se constituye en evidencia adicional a la reportada en otros estudios, sobre el generoso nivel de consumo básico en el caso de agua.⁹ Este aspecto incide directamente en la focalización de la pérdida irrecuperable, toda vez que mientras más ricos se encuentren en el rango de consumo básico, más pérdida irrecuperable se estará generando en hogares de deciles altos.

Con base en una estimación sencilla de la pérdida irrecuperable total en subsidios a los SSPPD para el caso Colombiano, que asuma que la pérdida irrecuperable en las zonas urbanas es similar a la que se presenta en el conjunto del país, se tendría que la pérdida irrecuperable sería igual a US\$18.1 millones en agua, y a US\$19.4 millones en electricidad.¹⁰ Los cálculos se presentan en la tabla 10 y se basan en cifras de subsidios estimados por INECON (2006) para el año 2004.¹¹

⁹ Ver Fernández (2004), Meléndez (2004), y Medina y Morales (2007), entre otros.

¹⁰ Se parte de un gasto (subsidio bruto) en acueducto y alcantarillado equivalente al 0.23% del PIB (asumiendo que la pérdida irrecuperable en agua es igual a la de alcantarillado), y de un gasto en

Tabla 10. Estimación de la pérdida irrecuperable por los subsidios a Agua y Electricidad en Colombia

		Subsidios		Pérdida Irrecuperable en 2004			
		2003	2004	PI/VC	\$2004	\$2007	US\$2007
Acueducto y Alcantarillado, AA				9.1%			
Demanda	Subsidios*	536	453		37.5	43.4	21.6
	Contribuciones**	203	226	7.5%			
	Neto	333	227		31.4	36.4	18.1
	Subsidios Presupuestales	65					
Oferta		558	0				
Total Subsidios AA		1,159	453				
Electricidad, E				9.4%			
Demanda	Subsidios*	743	937		79.8	92.3	46.1
	Contribuciones**	573	660	3.7%			
	Neto	170	277		33.4	38.6	19.4
Oferta		24	128				
Total Subsidios E		767	1,065				
Total Subsidios AA+E				9.3%			
Demanda		1,344	1,390		117.3	135.7	67.7
Oferta		582	128	4.9%			
Total \$		1,926	1,518		64.8	75.0	37.5
%PIB		0.83	0.58				

Fuente: INECON (2006). * Subsidios a estratos 1, 2 y 3. ** Contribuciones de estratos 5 y 6, y de los sectores comercial e industrial: más de la mitad de las contribuciones provienen del sector no residencial.

7. Conclusiones

En este trabajo se estimó una función de demanda para los servicios públicos domiciliarios de agua y electricidad, utilizando una metodología de alternativa discreta continua, que ha sido utilizada en la literatura reciente para hacer frente a los problemas de identificación y estimación que tienen los bienes cuya estructura de oferta se rige mediante bloques de precios crecientes. Los resultados obtenidos muestran que la elasticidad precio de la demanda en el caso de agua está alrededor de (-0.23) y en electricidad alrededor de (-0.45). En cuanto a la elasticidad ingreso los resultados obtenidos fueron (0.17) para agua y (0.31) para electricidad. Esto demuestra que el

electricidad equivalente al 0.32% del PIB. No se tienen en cuenta las pérdidas debidas a las tarifas impositivas.

¹¹ La magnitud de la pérdida irrecuperable, PI, en 2004 para el caso de bloque de precios crecientes, IBP, se estima en el caso de acueducto, con base en la fracción de la PI sobre la variación compensada de 7.5%, y el monto del subsidio de demanda de ese servicio para ese año, \$453 mil millones: $PI = (0.075)[453(1-0.075)]$, en donde $[453(1-0.075)]$ es la variación compensada.

agua es un bien menos sensible a cambios en el precio y en el ingreso que la electricidad, por su carácter de bien necesario.

Este trabajo demuestra que los servicios públicos domiciliarios son bienes de carácter más bien inelástico sobre todo el caso de agua, por lo que políticas que afecten en sus precios pueden impactar sensiblemente el bienestar de la población, dado que el hogar promedio debe garantizar un consumo necesario de subsistencia debe reservar una parte del ingreso mensualmente para el consumo de estos bienes así eso signifique sacrificar otros no tan necesarios.

Con base en la simulación de una política que iguala en cada estrato los precios marginales del consumo básico a los del consumo complementario, se estimaron la variación compensatoria y la pérdida irrecuperable de la eficiencia. En el caso de esta última variable los resultados arrojaron que la pérdida irrecuperable del hogar promedio representativo en el caso de agua sería de algo más del 7% de la variación compensatoria, mientras que en el caso de electricidad eléctrica la pérdida de la eficiencia se ubica alrededor del 4%, lo que puede ser explicado por el hecho de que el consumo de electricidad eléctrica no está tan concentrado en el primer bloque de la estructura de tarifas que es donde se produce la magnitud más fuerte de pérdida de la eficiencia. Aunque estas mediciones del bienestar siguen siendo una aproximación, permiten tener una idea de la magnitud de la ineficiencia provocada por la distorsión de precios al igual que los patrones en la distribución entre poblaciones diferenciadas por su nivel de ingreso, la pérdida se concentra en los niveles de ingreso intermedio y no en los altos, dado que el cambio en los precios de un rango de consumo a otro es menor a medida que se llega a los estratos más altos. Con base en una estimación sencilla, se puede concluir que la pérdida irrecuperable por los subsidios brutos en acueducto y alcantarillado, y en electricidad, podrían ascender a US\$37.5 millones por año.

En vista de la magnitud de la pérdida irrecuperable del sistema actual, se sigue que en caso de que se decidiera cambiar de sistema de focalización, por ejemplo, eliminando los estratos y utilizando un mecanismo de focalización tipo *proxy-means test* (como el Sisben) con base en el cual se le transfiera a cada hogar su respectiva *variación compensada*, se ahorrarían cerca de US\$40 millones al año, a cambio de una inversión

de aproximadamente US\$7 millones cada cinco años (actualización del Sisben). Claro, el Sisben también tiene limitaciones que cuestan, y que habría que ponderar.¹²

Bibliografía

- Agthe, Donald E.; Billings, R. Bruce; Dobra, John L., y Kambiz Raffiee (1986) “A Simultaneous Equation Demand Model for Block Rates” *Water Resources Research* 22(1): 1-4.
- Arbués, Fernando; García-Valiñas, María Ángeles, y Roberto Martínez-Españeira (2003) “Estimation of Residential Water Demand: A State-of-the-Art Review” *Journal of Socio-Economics*, 32, pp. 81-102.
- Baker, Paul; Blundell, Richard, y Micklewright, John (1989) “Modeling Household Energy Expenditures Using Micro-Data”. *The Economic Journal* 99: 738-720.
- Burtless, Gary, y Hausman, Jerry A. (1978) “The Effect of Taxation on Labor Supply: Evaluating the Gary Income Maintenance Experiment,” *Journal of Political Economy*. 86 (Diciembre): 1101-1130.
- Deller, Steven C.; Chicoine, David L., and Ganapathi Ramamurthy (1986) “Instrumental Variables Approach to Rural Water Service Demand” *Southern Economic Journal* 53(2): 333-346.
- Departamento Nacional de Planeación (2005) “Plan de Acción para la Focalización de los Subsidios para Servicios Públicos Domiciliarios”, Documento Conpes 3386, Bogotá D.C. 10 de octubre de 2005.
- Fernández, Diego (2004) “Recent Economic Developments in Infrastructure -REDI- in the Water Sector - Colombia” mimeo, Banco Mundial.
- Gaviria, Alejandro; Medina, Carlos, y Mejía, Carolina (2006) “Assessing Health Reform in Colombia: From Theory to Practice” *Economía*, Fall.
- Gibbs, Kenneth (1978). “Price variable in Residential Water Demand Models”, *Water Resources Research*, 14(1):18-15.
- Hausman, Jerry; Kinunnucan, M., y McFadden, D. (1979) “A Two Level Electricity Demand Model: A Evaluation of the Connecticut Time of Day Pricing”, *Journal of Econometrics* 8(1979): 289-263.

¹² Ver entre otros, las dificultades documentadas en Gaviria y otros (2006), y las referencias que allí se citan.

- Hausman, Jerry (1981) "Exact Consumer Surplus and Deadweight Loss" *The American Economic Review*. 71 (4):676-662.
- Heckman, J.J. (1978) "Dummy Endogenous Variables in a Simultaneous Equation System". *Econometrica* 46 (4), 931–959.
- Hewitt, Julie, y Hanemann, W. Michael (1995) "A Discrete Continuous Approach to Residential Water Demand Under Block Rate Pricing" *Land Economics*, May 1995. 71(2):173-92.
- Ingenieros y Economistas Consultores S.A., INECON (2006) "Consultoría para la Elaboración de un Programa de Subsidios para el Sector de Agua Potable y Saneamiento en Colombia" Informe Preliminar, Departamento Nacional de Planeación.
- Jaramillo, Luis (2003) "Modelando la Demanda de Uso Residencial en México" Serie Documentos de Trabajo (INE-DGIPEA) Instituto Nacional de Ecología Periférico del Sur.
- Lopez, Gustavo; Elkin Castaño y Carlos Eduardo Vélez (1992) "La Demanda Residencial de Servicio de Acueducto en Medellín", *Lecturas de Economía* 37: 104-70
- Madock, Rodney, Castaño Elkin y Frank Vella (1992) "Estimating Electricity Demand: The Cost of Linearising the Budget Constraint", *The Review of Economics and statistic* 74(2): 350-354.
- Medina, Carlos, y Morales, Leonardo (2007) "Stratification and Public Utility Services in Colombia: Subsidies to Households or Distortions on Housing Prices?" *Economia*, Spring.
- Meléndez, Marcela (2004), "Subsidios al Consumo de los Servicios Públicos en Colombia: ¿Hacia dónde Movernos?" FEDESARROLLO en el marco de la Misión de Servicios Públicos.
- Montenegro, Armando and Rivas, Rafael (2005) "Las Piezas del Rompecabezas: Desigualdad, Pobreza y Crecimiento" Taurus
- Nieswiadomy, Michael L. and David J. Molina (1988), "Urban Water Demand Estimates under Increasing Block Rates," *Growth and Change* 19(1): 1-12.
- Nordin, John (1976). "A proposed Modification of Taylor's Demand Analysis: Comment", *The Bell Journal of Economics* 7(2):719-21

- Olmstead, Sheila M.; Hanemann, W. Michael, y Stavins, Robert N. (2005), “Do Consumers React to the Shape of Supply? Water Demand Under Heterogeneous Price Structures”. Discussion Papers dp-05-29, Resources For the Future.
- Taylor, Lester (1975). “The Demand for Electricity: A survey”, *The Bell Journal of Economics* 6(1):110-74
- Terza, J.V. (1986) “Determinants of Household Electricity Demand: a Two-Stage Probit Approach” *Southern Economic Journal* 53 (2), 1131–1139.
- Velez Carlos, Botero Jesús y Yañez Sergio, (1991) “La Demanda Residencial de Electricidad: un caso Colombiano”, *Lecturas de Economía* 34:147-114.
- Worthington, A. C. y M. Hoffmann (2006) “A State of the Art Review of Residential Water Demand Modelling” *Faculty of Commerce Papers*, University of Wollongong.

9. Anexos

A1. Descripción de las variables utilizadas en las ecuaciones de demanda

Descripción de las variables	
Nombre	Descripción
N. cuartos	Número de cuartos de la vivienda
N. Baños	Número de cuartos de la vivienda
Solar	Tiene solar :1 otro caso: 0
Jardín	Tiene jardín: 1 otro caso: 0
Garaje	Tiene garaje :1 otro caso: 0
Terraza	Tiene terraza :1 otro caso: 0
Zona verde	Vivienda cerca de zona verde:1 otro caso:0
Cocina	Cocina es un cuarto separado:1 otro caso:0
Casa	Casa:1 otro caso:0
Est2	Pertenece a estrato2:1 otro caso:0
Est3	Pertenece a estrato3:1 otro caso:0
Est4	Pertenece a estrato4:1 otro caso:0
Est5	Pertenece a estrato5:1 otro caso:0
Est6	Pertenece a estrato6:1 otro caso:0
Cocina con energía	Cocina con energía:1 otro caso:0
Mala calidad de servicio	Mala calidad del servicio:1 otro caso:0
Agua todos los días	Servicio de agua los 7 días:1 otro caso:0
Agua las 24 horas	Servicio de agua las 24 horas:1 otro caso:0
Educación Jefe	Años de educación del jefe
Edad del jefe	Edad del jefe
Miembros en familia	Numero de miembros de la familia
Cali	Efectos fijos de ciudad
Medellín	Efectos fijos de ciudad
Barranquilla	Efectos fijos de ciudad
Pasto	Efectos fijos de ciudad
Bucaramanga	Efectos fijos de ciudad
Cúcuta	Efectos fijos de ciudad
Pereira	Efectos fijos de ciudad
N. Electrodomésticos	Numero de electrodomésticos usados
Precio	Precio
Ingreso Virtual	Ingreso virtual
η	Error 1
ε	Error 2

A2. Simulación de la Elasticidad

Dada la no linealidad del modelo de estimación de demanda, para la estimación de las elasticidades precio e ingreso de la demanda se requirió realizar simulaciones a través de experimentos tipo Montecarlo. En el caso de la estimación de demanda de Agua por ejemplo en la que se utiliza una especificación de tres bloques de consumo, el valor esperado del consumo esta determinado por la siguiente expresión, que se obtiene de aplicar la función exponencial a la expresión (5) para eliminar el logaritmo:

$$w = \begin{cases} w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } 0 < e^\eta < \frac{w_1}{w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_1 e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_1}{w_1^*(z, p_1, y_1, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_1}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_1}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_2}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_2 e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_2}{w_2^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta < \frac{w_2}{w_3^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} \\ w_3^*(z, p_3, y_3, \delta, \alpha, \mu) e^\eta e^\varepsilon; & \text{if } \frac{w_2}{w_3^*(z, p_2, y_2, \delta, \alpha, \mu)} < e^\eta \end{cases}$$

El valor esperado del consumo para una estructura de tres bloques y dos kinks puede escribirse en los siguientes términos:

$$P(\ln w_i) = \sum_{j=1}^5 p(\ln w_i | \ln w_i \in t_j) p(\ln w_i \in t_j)$$

Resolviendo esta expresión, con los supuestos realizados sobre el comportamiento de los términos de error, se obtiene la siguiente formula para el valor esperado bajo esa estructura:

$$\begin{aligned} &= e^{\ln w_1^* + \sigma_\varepsilon^2/2 + \sigma_\eta^2/2} \Phi\left(\frac{\ln w_1 - \ln w_1^* - \sigma_\eta^2}{\sigma_\eta}\right) + e^{\ln w_1 + \sigma_\varepsilon^2/2} \left[\Phi\left(\frac{\ln w_1 - \ln w_2^*}{\sigma_\eta}\right) - \Phi\left(\frac{\ln w_1 - \ln w_1^*}{\sigma_\eta}\right) \right] + \\ &e^{\ln w_1^* + \sigma_\varepsilon^2/2 + \sigma_\eta^2/2} \left[\Phi\left(\frac{\ln w_2 - \ln w_2^* - \sigma_\eta^2}{\sigma_\eta}\right) - \Phi\left(\frac{\ln w_1 - \ln w_2^* - \sigma_\eta^2}{\sigma_\eta}\right) \right] + \\ &e^{\ln w_1^* + \sigma_\varepsilon^2/2} \left[\Phi\left(\frac{\ln w_2 - \ln w_3^*}{\sigma_\eta}\right) - \Phi\left(\frac{\ln w_2 - \ln w_2^*}{\sigma_\eta}\right) \right] + e^{\ln w_1^* + \sigma_\varepsilon^2/2 + \sigma_\eta^2/2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\ln w_2 - \ln w_3^* - \sigma_\eta^2}{\sigma_\eta}\right) \right] \end{aligned}$$

De la misma forma se encuentran expresiones del valor esperado del consumo, para cada una de las estructuras de la demanda de cada servicio en las diferentes ciudades y en los diferentes estratos y todas ellas se utilizan para predecir el consumo. A través de procesos de Bootstrapping, se generaron 100 muestras aleatorias con reemplazo, las cuales permitieron calcular una muestra de 100 elasticidades simuladas para cada servicio, perturbando el precio en un uno por ciento y encontrando la respuesta sobre el consumo.